

Частное общеобразовательное учреждение «Перфект-гимназия»
(ЧОУ «Перфект-гимназия»)

РАССМОТРЕНО на заседании МО

(протокол от _____ г. № __)

Контрольно-измерительные материалы

учебного предмета «Геометрия».
10 класс

на 2025 – 2026 учебный год

Составитель: Малыгина
Екатерина Александровна

2025 год

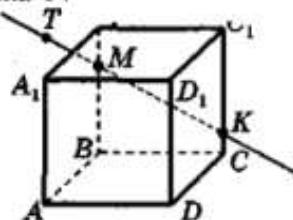
Паспорт
контрольно-измерительных материалов по учебному предмету
«ГЕОМЕТРИЯ»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) предмета	Форма контроля
1	Введение в геометрию. Параллельность прямых и плоскостей.	КР №1 по теме «Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости»
2		КР №2 «Параллельность прямых и плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед»
3	Перпендикулярность прямых и плоскостей	КР №3. «Перпендикулярность прямых и плоскостей»
4	Многогранники	КР № 4 «Многогранники. Призма»
5		КР № 4 «Многогранники. Пирамида»
6	Векторы в пространстве.	КР № 5 «Векторы в пространстве»

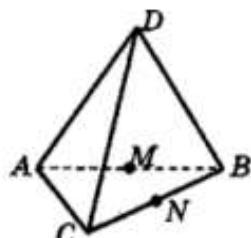
Контрольная работа №1 по теме
«Аксиомы стереометрии. Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости»

Вариант 1.

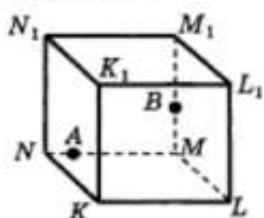
1. Точки М и К принадлежат рёбрам ВВ₁ и СС₁ куба ABCDA₁B₁C₁D₁. Точка Т лежит на прямой МК. Какой плоскости принадлежит точка Т?



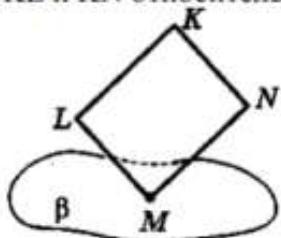
2. Точки М и N являются серединами рёбер АВ и ВС пирамиды DABC. По какой прямой пересекаются плоскости BDM и ACN?



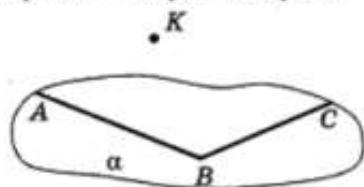
3. Точки А и В принадлежат ребрам MN и MM₁ куба KLMNK₁L₁M₁N₁. Через какие указанные точки можно провести единственную плоскость?



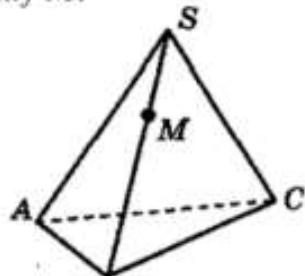
4. Вершина М ромба принадлежит плоскости р, а остальные его вершины не принадлежат этой плоскости. Как расположены прямые KL и KN относительно плоскости р?



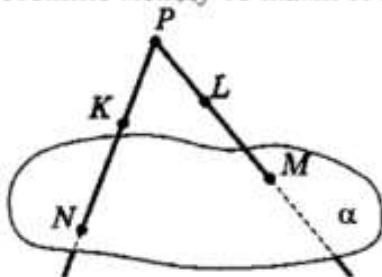
5. Угол АВС лежит в плоскости α, точка К не принадлежит плоскости α. Сколько прямых, параллельных сторонам угла, можно провести через точку К?



6. Точка М принадлежит ребру SB пирамиды SABC. Сколько прямых, параллельных рёбрам пирамиды, можно провести через точку М?

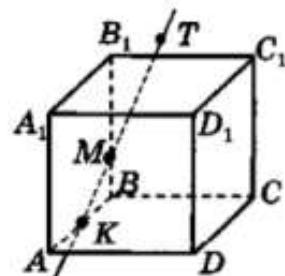


7. Точки К и L лежат на прямых PN и PM, пересекающих плоскость α в точках N и M; NM = 60, PK:KN = PL:LM = 2:3. Найдите расстояние между точками К и L.

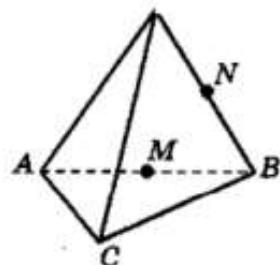


Вариант 2.

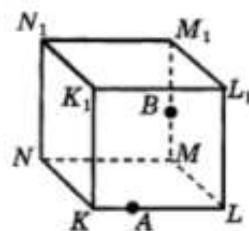
1. Точки М и К принадлежат рёбрам BB₁ и АВ куба ABCDA₁B₁C₁D₁. Точка Т лежит на прямой MK. Какой плоскости принадлежит точка Т?



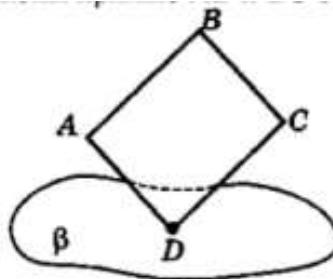
2. Точки М и N являются серединами рёбер AB и BD пирамиды DABC. По какой прямой пересекаются плоскости BDM и BCN?



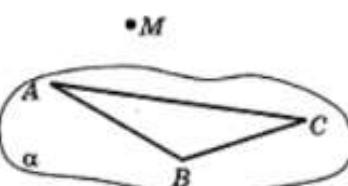
3. Точки А и В принадлежат ребрам KL и MM₁ куба KLMNK₁L₁M₁N₁. Через какие точки можно провести единственную плоскость?



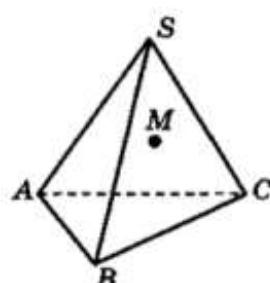
4. Вершина D квадрата ABCD принадлежит плоскости β , а остальные его вершины не принадлежат этой плоскости. Как расположены прямые AB и BC относительно плоскости β ?



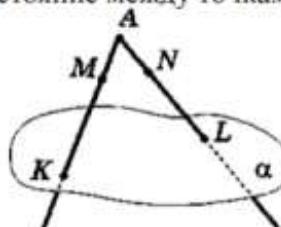
5. Треугольник ABC лежит в плоскости α , точка M не принадлежит плоскости α . Сколько прямых, параллельных сторонам треугольника, можно провести через точку M ?



6. Точка M принадлежит грани SBC пирамиды $SABC$. Сколько прямых, параллельных рёбрам пирамиды, можно провести через точку M ?



7. Точки M и N лежат на прямых AK и AL , пересекающих плоскость α в точках K и L ; $KL = 56$, $AM:MK = AN:NL = 3:4$. Найдите расстояние между точками M и N .



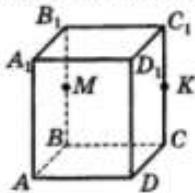
Перевод баллов к 5-балльной отметке

Баллы	Отметка
6-7 баллов	Отметка «5»
5 баллов	Отметка «4»
3-4 баллов	Отметка «3»
0-2 баллов	Отметка «2»

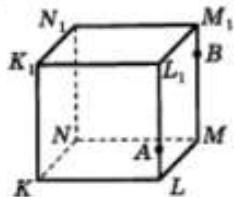
Контрольная работа №2
«Параллельность прямых и плоскостей. Тетраэдр и параллелепипед»

Вариант 1.

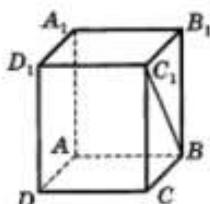
1. Точки М и К являются серединами рёбер ВВ₁ и СС₁ параллелепипеда ABCDA₁B₁C₁D₁. Сколько плоскостей, содержащих грани куба, параллельны прямой МК?



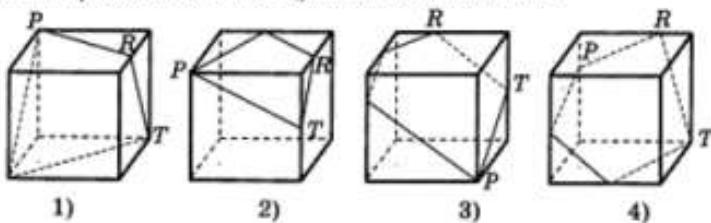
2. Точки А и В принадлежат рёбрам LL₁ и MM₁ куба KLMNK₁L₁M₁N₁. Сколько существует прямых, содержащих рёбра куба, и скрещивающихся с прямой АВ?



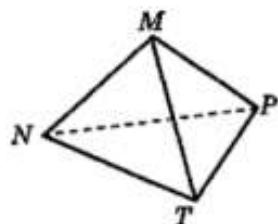
3. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA₁B₁C₁D₁ угол BC₁B₁ равен 65° . Найдите угол между прямыми C₁B и DD₁.



4. На каком рисунке изображено сечение куба плоскостью PRT?

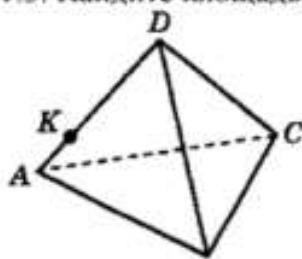


5. В тетраэдре MNPT $\angle NMT = 90^\circ$, $\angle PNT = 60^\circ$, $MN = 3$, $MT = 4$, $NP = 6$. Найдите площадь грани NPT.



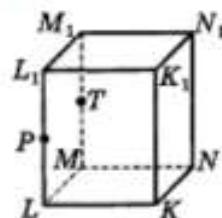
6. Сумма трёх измерений прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 32, $AB:AA_1:AD = 2:1:5$. Найдите наибольшую из диагоналей граней параллелепипеда.

7. Через точку К на ребре AD тетраэдра DABC проведено сечение параллельно грани ABC. Площадь сечения равна 27, $AK:KD = 1:3$. Найдите площадь грани ABC.

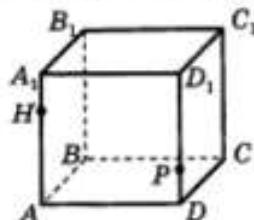


Вариант 2.

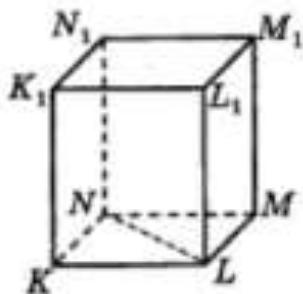
1. Точки Р и Т являются серединами рёбер LL_1 и MM_1 параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Сколько плоскостей, содержащих грани параллелепипеда, параллельны прямой РТ?



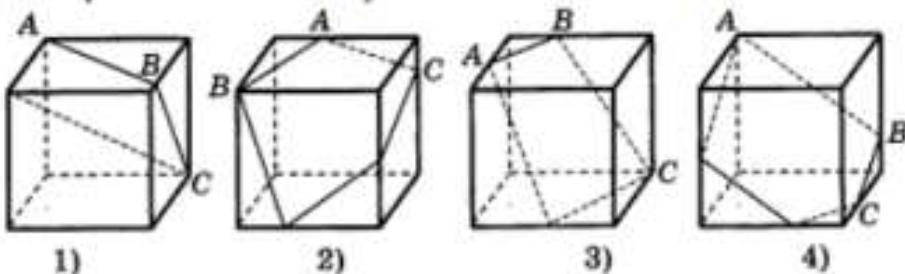
2. Точки Н и Р принадлежат рёбрам AA_1 и DD_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Сколько существует прямых, содержащих рёбра куба и скрещивающихся с прямой НР?



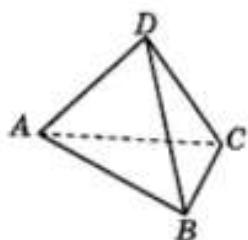
3. Основание прямого параллелепипеда $KLMNK_1L_1M_1N_1$ — ромб, $\angle K_1L_1M_1 = 150^\circ$. Найдите угол между прямыми NL и L_1M_1 .



4. На каком рисунке изображено сечение куба плоскостью ABC?

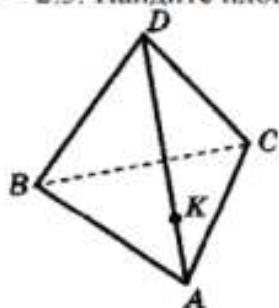


5. В тетраэдре $DABC$ $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$, $AD = 4$, $AB = 4\sqrt{3}$, $BC = 7$. Найдите площадь грани BCD .



6. Сумма трёх измерений прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 40, $AB:AA_1:AD = 2:2:4$. Найдите наибольшую из диагоналей граней параллелепипеда.

7. Через точку К на ребре AD тетраэдра $DABC$ проведено сечение параллельно грани BCD . Площадь грани BCD равна 50, $AK:KD = 2:3$. Найдите площадь сечения.



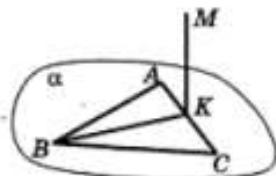
Перевод баллов к 5-балльной отметке

Баллы	Отметка
6-7 баллов	Отметка «5»
5 баллов	Отметка «4»
3-4 баллов	Отметка «3»
0-2 баллов	Отметка «2»

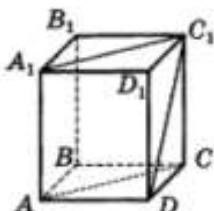
Контрольная работа №3.
«Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Вариант 1.

1. В треугольнике ABC $\angle A = 100^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, отрезок BK — медиана треугольника, $MK \perp ABC$. Найдите угол между прямыми MK и AB .

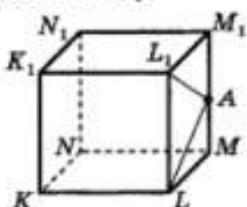


2. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — прямоугольный параллелепипед. Укажите неверное утверждение о прямых.

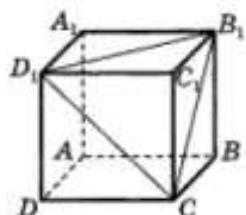


- 1) $CD_1 \perp AD$ 2) $DD_1 \perp A_1C_1$ 3) $A_1C_1 \perp DC_1$ 4) $A_1D_1 \perp DC_1$

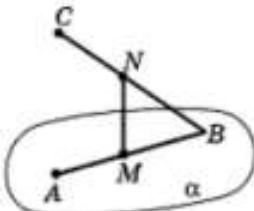
3. Точка A — середина ребра MM_1 куба $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Укажите отрезок, длина которого равна расстоянию от точки A до плоскости KLK_1 .



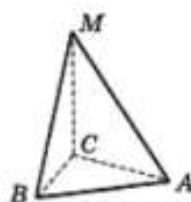
4. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите угол между прямой CD_1 и плоскостью BB_1C_1 .



5. Точки A и B лежат, а точка C не лежит в плоскости α . Точки M и — середины отрезков AB и BC , $MN \perp \alpha$, $AB = 8$, $BN = 5$. Найдите расстояние от точки C до плоскости α .



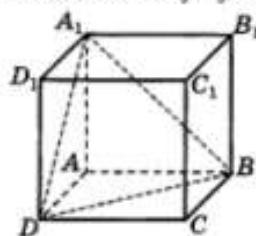
6. Ребро MC тетраэдра $ABC M$ перпендикулярно к плоскости ABC , $MC = 12$. В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 18$.



Сколько из следующих утверждений являются верными?

- а) плоскость BCM перпендикулярна к плоскости ABC
- б) расстояние от точки B до плоскости ACM равно 9
- в) расстояние от точки M до прямой AB равно AM
- г) котангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью ACM равен 0,75

7. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 3. Найдите синус угла между плоскостями ABC и BDA_1 .



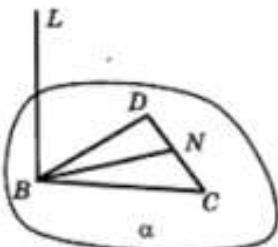
Перевод баллов к 5-балльной отметке

Баллы	Отметка
6-7 баллов	Отметка «5»
5 баллов	Отметка «4»
3-4 баллов	Отметка «3»
0-2 баллов	Отметка «2»

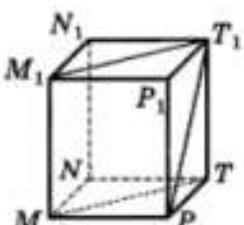
Контрольная работа №3.
«Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Вариант 2.

1. В треугольнике BCD , $\angle D = 100^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, отрезок BN — медиана треугольника, $LB \perp \alpha$. Найдите угол между прямыми LB и CD .

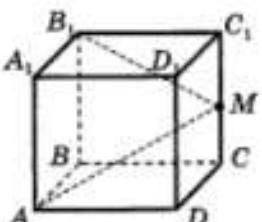


2. $MNTPM_1N_1T_1P_1$ — прямоугольный параллелепипед. Укажите неверное утверждение о прямых.

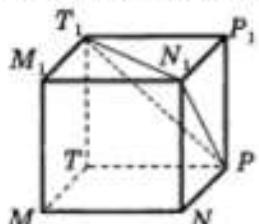


- 1) $NN_1 \perp MP$ 2) $M_1P \perp PT_1$ 3) $P_1M_1 \perp TT_1$ 4) $M_1T_1 \perp PP_1$

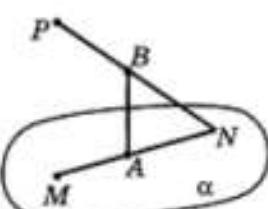
3. Точка M — середина ребра CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Длина какого отрезка равна расстояние от точки M до плоскости ABB_1 ?



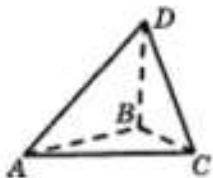
4. Дан куб $MNPTM_1N_1P_1T_1$. Укажите угол между прямой PN_1 и плоскостью MNN_1 .



5. Точки M и N лежат, а точка P не лежит в плоскости α . Точки A и B — середины отрезков MN и NP , $AB \perp \alpha$, $MN = 16$, $BN = 10$. Найдите расстояние от точки P до плоскости α .



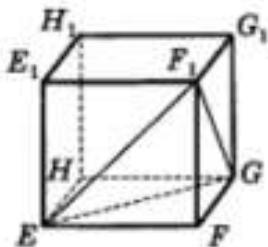
6. Ребро АВ тетраэдра ABCD перпендикулярно к плоскости BCD, $AB = 10$. В треугольнике BCD $\angle B = 90^\circ$, $\angle D = 30^\circ$, $CD = 16$.



Сколько из следующих утверждений являются верными?

- а) плоскость ABD перпендикулярна к плоскости BCD
- б) расстояние от точки С до плоскости ABD равно 8
- в) расстояние от точки С до прямой AD равно 16
- г) котангенс угла между плоскостью ABC и плоскостью BCD равен 0

7. Ребро куба EFGHE₁F₁G₁H₁ равно 3. Найдите тангенс угла между плоскостями EHG и EGF₁.



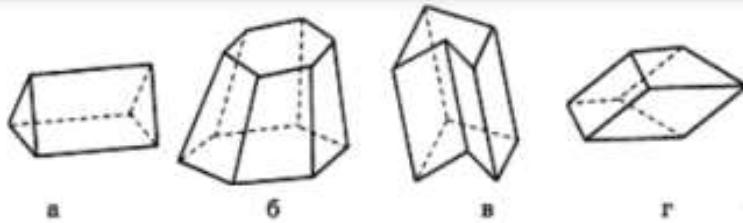
Перевод баллов к 5-балльной отметке

Баллы	Отметка
6-7 баллов	Отметка «5»
5 баллов	Отметка «4»
3-4 баллов	Отметка «3»
0-2 баллов	Отметка «2»

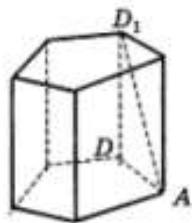
Контрольная работа № 4 «Многогранники. Призма»

Вариант 1.

1. Какие из данных многогранников являются призмами?

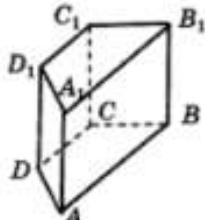


2. Сторона основания правильной пятиугольной призмы равна 4, $\angle DAD_1 = \angle AD_1D$. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

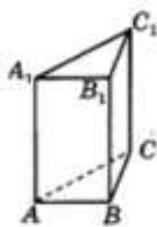


3. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 7, 11, —. Найдите диагональ параллелепипеда.

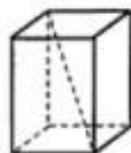
4. Боковое ребро прямой призмы равно 3, основание — равнобедренная трапеция, боковая сторона которой равна 5, а основания равны 7 и 13. Найдите площадь полной поверхности призмы.



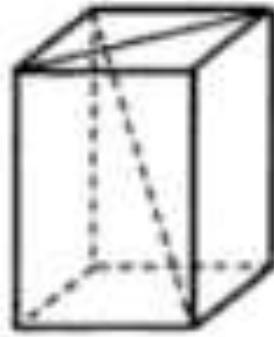
5. Боковое ребро правильной треугольной призмы в 4 раза больше стороны основания, а сумма длин всех рёбер равна 36. Найдите площадь полной поверхности призмы.



6. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 2 —, тангенс угла между диагональю призмы и плоскостью основания равен —. Найдите площадь сечения призмы, проходящего через параллельные диагонали двух противоположных боковых граней призмы.



7. Через диагональ основания правильной призмы проведено сечение. Диагональ осн $\sqrt{2}$. Найдите диагональ призмы.



ы параллельно диагонали
, а площадь сечения равна

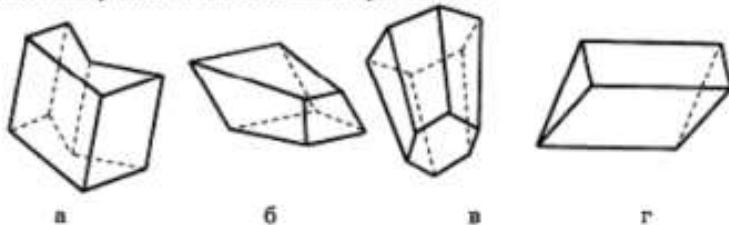
Перевод баллов к 5-балльной отметке

Баллы	Отметка
6-7 баллов	Отметка «5»
5 баллов	Отметка «4»
3-4 баллов	Отметка «3»
0-2 баллов	Отметка «2»

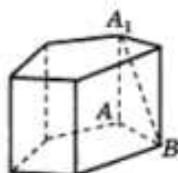
Контрольная работа № 4 «Многогранники. Призма»

Вариант 2.

1. Какие из данных многогранников являются призмами?

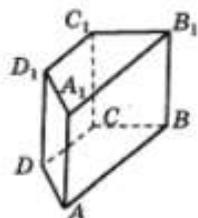


2. Боковое ребро правильной пятиугольной призмы равно 3, $\angle ABA_1 = \angle AA_1B$. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

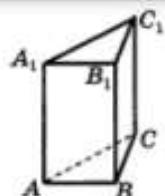


3. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8, 10, 4. Найдите диагональ параллелепипеда.

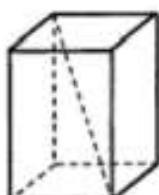
4. Боковое ребро прямой призмы равно 2, основание — равнобедренная трапеция, боковая сторона которой равна 10, а основания равны 14 и 26. Найдите площадь полной поверхности призмы.



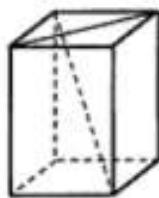
5. Боковое ребро правильной треугольной призмы в 3 раза больше стороны основания, а сумма длин всех рёбер равна 45. Найдите площадь полной поверхности призмы.



6. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна 3, тангенс угла между диагональю призмы и плоскостью основания равен 1,5. Найдите площадь сечения, проходящего через параллельные диагонали двух противоположных боковых граней призмы.



7. Через диагональ нижнего основания правильной четырёхугольной призмы параллельно диагонали призмы проведено сечение. Диагональ основания призмы равна $\sqrt{3}$, а площадь сечения равна $9\sqrt{3}$. Найдите диагональ призмы.



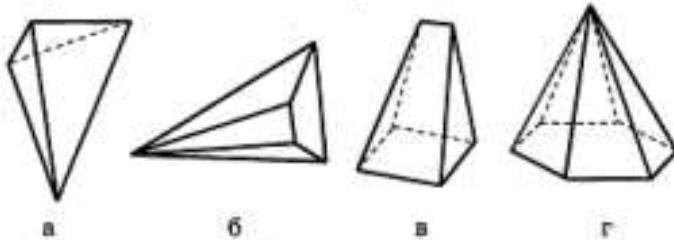
Перевод баллов к 5-балльной отметке

Баллы	Отметка
6-7 баллов	Отметка «5»
5 баллов	Отметка «4»
3-4 баллов	Отметка «3»
0-2 баллов	Отметка «2»

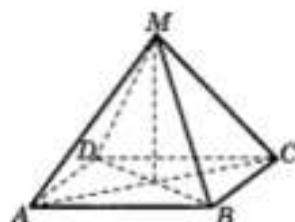
Контрольная работа № 4 «Многогранники. Пирамида»

Вариант 1.

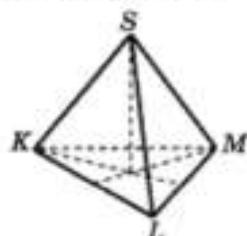
1. Какие из данных многогранников являются пирамидами?



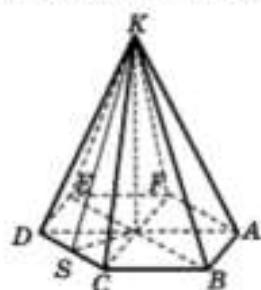
2. Высота правильной четырёхугольной пирамиды MABCD равна 5, сторона основания равна 4. Найдите апофему пирамиды.



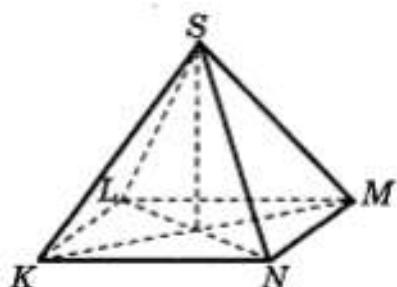
3. Сторона основания правильной треугольной пирамиды SKLM равна 12, боковое ребро равно 10. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



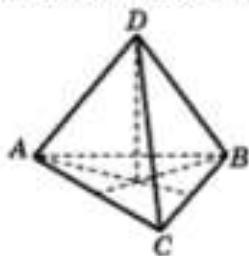
4. Апофема правильной шестиугольной пирамиды KABCDEF равна 6, радиус окружности, вписанной в основание пирамиды, равен 5. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.



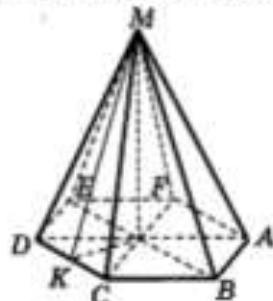
5. Высота правильной треугольной пирамиды SABC и сторона основания равны 6 и 8 соответственно. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.



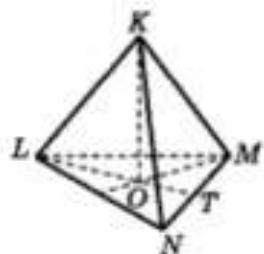
3. Сторона основания правильной треугольной пирамиды $DABC$ равна 12, боковое ребро равно 8. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



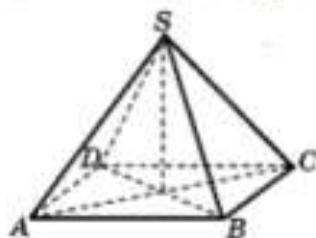
4. Апофема правильной шестиугольной пирамиды $MABCDEF$ равна 7. Радиус окружности, вписанной в основание пирамиды, равен 3. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.



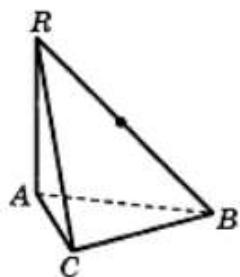
5. Высота правильной треугольной пирамиды $KLMN$ и сторона основания равны 5 и 7 соответственно. Найдите тангенс угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.



6. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 10, радиус окружности, описанной около основания, равен 4. Найдите косинус двугранного угла при основании пирамиды.



7. Основание пирамиды $RABC$ — треугольник ABC , в котором $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$. Ребро AR перпендикулярно к плоскости основания пирамиды и равно 8, а ребро BR образует с плоскостью основания угол 45° . Через середину ребра BR проведена плоскость параллельно плоскости основания пирамиды. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, отсеченной этой плоскостью.



(БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ) КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

ТЕМА: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

1 вариант

1. Основание AD трапеции $ABCD$ лежит в плоскости α . Через точки B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках E и F соответственно.

а) Каково взаимное положение прямых EF и AB ?

б) Чему равен угол между прямыми EF и AB , если $\angle ABC = 150^\circ$? Поясните.

2. Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, в котором диагонали AC и BD равны. Середины сторон этого четырехугольника соединены последовательно отрезками.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что полученный четырехугольник есть ромб.

2 вариант

1. Треугольники ABC и ADC лежат в разных плоскостях и имеют общую сторону AC . Точка P – середина стороны AD , а K – середина стороны DC .

а) Каково взаимное положение прямых PK и AB ?

б) Чему равен угол между прямыми PK и AB , если $\angle ABC = 40^\circ$ и $\angle BCA = 80^\circ$? Поясните.

2. Дан пространственный четырехугольник $ABCD$, M и N – середины сторон AB и BC соответственно; $E \in CD$, $K \in DA$, $DE : EC = 1 : 2$, $DK : KA = 1 : 2$.

а) Выполните рисунок к задаче.

б) Докажите, что четырехугольник $MNEK$ есть трапеция.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

ТЕМА: ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ. ТЕТРАЭДР И ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД.

1 вариант

1. Прямые a и b лежат в параллельных плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а) параллельными;
- б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку O , лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_2B_2 , если $A_1B_1 = 12$ см, $B_1O : OB_2 = 3 : 4$.

3. Изобразите параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M , N и K , являющиеся серединами ребер AB , BC и DD_1 .

2 вариант

1. Прямые a и b лежат в пересекающихся плоскостях α и β . Могут ли эти прямые быть:

- а) параллельными;
- б) скрещивающимися?

Сделайте рисунок для каждого возможного случая.

2. Через точку O , не лежащую между параллельными плоскостями α и β , проведены прямые l и m . Прямая l пересекает плоскости α и β в точках A_1 и A_2 соответственно, прямая m – в точках B_1 и B_2 . Найдите длину отрезка A_1B_1 , если $A_2B_2 = 15$ см, $OB_1 : OB_2 = 3 : 5$.

3. Изобразите тетраэдр $DABC$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через точки M и N , являющиеся серединами ребер DC и BC , и точку K , такую, что $K \in DA$, $AK : KD = 1 : 3$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3
ТЕМА: ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

1 вариант

1. Диагональ куба равна 6 см. Найдите:
 - ребро куба;
 - косинус угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.
2. Сторона AB ромба $ABCD$ равна a , один из углов равен 60° . Через сторону AB проведена

$$\frac{a}{2}$$

плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки D .

- Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
- Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $DABM$, $M \in \alpha$.
- найдите синус угла между плоскостью ромба и плоскостью α

2 вариант

1. Основанием прямоугольного параллелепипеда служит квадрат; диагональ параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$ см, а его измерения относятся как $1 : 1 : 2$. Найдите:
 - измерения параллелепипеда;
 - синус угла между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.
2. Сторона квадрата $ABCD$ равна a . Через сторону AD проведена плоскость α на расстоянии $\frac{a}{2}$ от точки B .
 - Найдите расстояние от точки C до плоскости α .
 - Покажите на рисунке линейный угол двугранного угла $BADM$, $M \in \alpha$.
 - Найдите синус угла между плоскостью квадрата и плоскостью α .

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4
ТЕМА: МНОГОГРАННИКИ

1 вариант

1. Основанием пирамиды $DABC$ является правильный треугольник ABC , сторона которого равна a . Ребро DA перпендикулярно к плоскости ABC , а плоскость DBC составляет с плоскостью ABC угол в 30° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб $ABCD$, сторона которого равна a и угол равен 60° . Плоскость AD_1C_1 составляет с плоскостью основания угол в 60° . Найдите:

- высоту ромба;
- высоту параллелепипеда;
- площадь боковой поверхности параллелепипеда;
- площадь поверхности параллелепипеда

2 вариант

1. Основанием пирамиды $MABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро MD перпендикулярно к плоскости основания, $AD = DM = a$. Найдите площадь поверхности пирамиды.
2. Основанием прямого параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является параллелограмм $ABCD$, стороны которого равны $a\sqrt{2}$ и $2a$, острый угол равен 45° . Высота параллелепипеда равна меньшей высоте параллелограмма. Найдите:
 - меньшую высоту параллелограмма;
 - угол между плоскостью ABC_1 и плоскостью основания;
 - площадь боковой поверхности параллелепипеда;
 - площадь поверхности параллелепипеда.