

Частное общеобразовательное учреждение «Перфект-гимназия»  
(ЧОУ «Перфект-гимназия»)

РАССМОТРЕНО на заседании МО

\_\_\_\_\_

(протокол от \_\_\_\_\_ г. № \_\_)

**Контрольно-измерительные материалы**

учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа».  
10 класс

на 2025 – 2026 учебный год

Составитель: Малыгина  
Екатерина Александровна

2025 год

**Паспорт**  
контрольно-измерительных материалов по учебному предмету  
«Алгебра и начала математического анализа».

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) предмета	Форма контроля
1	Повторение курса алгебры основной школы.	Контрольная работа (входной)
2	Действительные числа.	КР №1 «Действительные числа»
3	Степенная функция.	КР №2 «Степенная функция»
4	Показательная функция.	КР №3 «Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства»
5	Логарифмическая функция.	КР №4 «Логарифмическая функция»
6	Тригонометрические формулы.	КР №5 «Тригонометрические формулы»
7	Тригонометрические уравнения.	КР №6 «Тригонометрические уравнения»
8	Повторение и систематизация учебного материала	КР № 7 <u>«Итоговая контрольная работа в формате ЕГЭ» (базовый и профильный уровень)</u>

Входная контрольная работа  
по математике в 10 классе

## Часть I

1. Найдите область определения выражения:  $\sqrt{4-x}$  ?
2. График, какой из функций изображен на рисунке? заменить
  - 1)  $y = x^2 - 2$ ;                      2)  $y = -x^2 + 2$ ;
  - 3)  $y = x^2 - 4$ ;                      4)  $y = -x^2 + 4$ .
3. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^2 - 3y = -9 \\ x + y = 3 \end{cases}$$
  - 1) (0;3);                      2) (0;-3);                      3) (0;3), (-3;6);                      4) (3;0), (6;-3).
4. Решите неравенство: а)  $3(1-x) - (2-x) < 5$ ; б)  $3x^2 - 2x - 5 > 0$ ; в)  $\frac{x^2 - 4}{2x + 1} \leq 0$ .
5. Чему равно значение выражения  $\frac{a^{-4}a^{-3}}{a^{-5}}$ , при  $a = \frac{1}{4}$  ?
6. Упростите выражение:  $\frac{x^2 - y^2}{2x} \cdot \frac{2xy}{xy - y^2}$

## Часть II

7. Упростите выражение:  $\left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a-2}{a+2}\right) : \frac{16a}{a^2-4}$ .
8. Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{98 \cdot 28}$ .
9. Решите уравнение:  $\frac{x+1}{x-3} + \frac{4}{x^2-9} = 1$ .

### Часть III

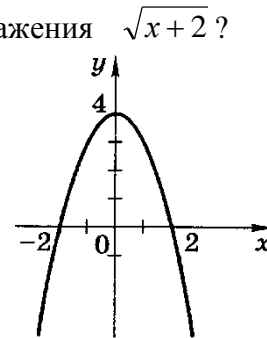
10. Моторная лодка прошла против течения реки 120 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость лодки равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

## Система оценивания

Каждое задание: части I – 1 балл;  
 части II – 2 балла;  
 части III – 2 балла.  
 Итого: 16 баллов.

Оценка: «5» - 15 – 16 баллов;  
«4» - 12 – 14 баллов;  
«3» - 8 – 11 баллов;  
«2» - меньше 7 баллов.

1. Какое из данных чисел не входит в область определения выражения  $\sqrt{x+2}$ ?
2. График, какой из функций изображен на рисунке?  
 1)  $y = x^2 - 2$ ;      2)  $y = -x^2 + 2$ ;  
 3)  $y = x^2 + 4$ ;      4)  $y = -x^2 + 4$ .



3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 - 3y = 9 \\ x - y = 3 \end{cases}$$
  
 1) (0;3);      2) (0;-3);      3) (0;-3), (3;0);      4) (-3;0), (0;3).
4. Решите неравенство: а)  $6 - 3x < 19 - (x - 7)$ ; б)  $6x^2 - 11x - 2 < 0$ ; в)  $\frac{11x^2 - x}{2 + x} \leq 0$ .
5. Чему равно значение выражения  $\frac{a^{-9}}{a^{-5}a^{-2}}$  при  $a = \frac{1}{2}$ ?
6. Упростите выражение:  $\frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{ab + b^2}$

Часть II

7. Упростите выражение:  $\left( \frac{x-8}{x+8} - \frac{x+8}{x-8} \right) : \frac{8x}{x^2 - 64}$ .
8. Найдите значение выражения:  $\sqrt[3]{72 \cdot 81}$ .
9. Решите уравнение:  $\frac{2x-1}{x+2} + \frac{5}{x^2-4} = 2$ .

Часть III

10. Моторная лодка прошла против течения реки 160 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 8 часов меньше времени. Известно, что в неподвижной воде лодка движется со скоростью 15 км/ч. Найдите скорость течения реки. Ответ дайте в км/ч.

**Система оценивания**

Каждое задание: части I – 1 балл;  
 части II – 2 балла;  
 части III – 2 балла.  
 Итого: 16 баллов.

Оценка: «5» - 15 – 16 баллов;  
 «4» - 12 – 14 баллов;  
 «3» - 8 – 11 баллов;  
 «2» - меньше 7 баллов.

Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\frac{\sqrt[3]{9} \cdot 3^5}{15^0 \cdot 27^2 \cdot 3^{-\frac{1}{3}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{2\sqrt{16}})^2$ .

2. Известно, что  $12^x = 3$ . Найти  $12^{2x-1}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $a^{4+\sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5}-1}}\right)^{\sqrt{5}+1}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{ab}}{\sqrt[3]{a}} - \sqrt[3]{b}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{3}{7}}$  и  $\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{5}{7}}$ ;      2)  $(4,2)^{\sqrt{7}}$  и  $\left(4\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{7}}$ .

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,2(7) в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1}\right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$  при  $a > 0, a \neq 1$ .

Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\frac{2^9 \cdot \sqrt[5]{16} \cdot 8^0}{4^4 \cdot 2^{-\frac{1}{5}}}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{3\sqrt{81}})^2$ .

2. Известно, что  $8^x = 5$ . Найти  $8^{-x+2}$ .

3. Выполнить действия ( $a > 0, b > 0$ ):

1)  $(a^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[5]{ab} - \sqrt[5]{b}}{\sqrt[5]{b}} - \sqrt[5]{a}$ .

4. Сравнить числа:

1)  $(0,7)^{-\frac{3}{8}}$  и  $(0,7)^{-\frac{5}{8}}$ ;      2)  $(\pi)^{\sqrt{3}}$  и  $(3,14)^{\sqrt{3}}$ .

5. Записать бесконечную периодическую десятичную дробь 0,3(1) в виде обыкновенной.

6. Упростить  $\left(\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4}} + x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}} - \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}}\right) \left(\frac{y}{x}\right)^{-\frac{1}{2}}$  при  $x > 0, y > 0$ .

**Характеристика контрольной работы:**

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Арифметический корень n- степени. Свойства корня n- степени
2	базовый	Свойства степени с натуральным показателем
3	базовый	Преобразование степеней с действительным показателем
4	базовый	Сравнение степеней с действительным показателем
5	повышенный	Бесконечная периодическая дробь
6	повышенный	Преобразование выражений с рациональным показателем

## «Степенная функция»

### Вариант I

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{4 - x^2}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-5}$ .

- 1) Выяснить, на каких промежутках функция убывает.  
2) Сравнить числа:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \text{ и } 1; \quad (3,2)^{-5} \text{ и } (3\sqrt{2})^{-5}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{1-x} = 3; \quad 2) \sqrt{x+2} = \sqrt{3-x}; \quad 3) \sqrt{1-x} = x+1;$$

$$4) \sqrt{2x+5} - \sqrt{x+6} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = (x-8)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство  $\sqrt{x+8} > x+2$ .

### Вариант II

1. Найти область определения функции

$$y = (x^2 - 9)^{-\frac{1}{3}}.$$

2. Изобразить эскиз графика функции  $y = x^{-6}$ .

- 1) Выяснить, на каких промежутках функция возрастает.  
2) Сравнить числа:

$$(4,2)^{-6} \text{ и } 1; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} \text{ и } \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-6}.$$

3. Решить уравнение:

$$1) \sqrt{x-2} = 4; \quad 2) \sqrt{5-x} = \sqrt{x-2}; \quad 3) \sqrt{x+1} = 1-x;$$

$$4) \sqrt{3x+1} - \sqrt{x+8} = 1.$$

4. Найти функцию, обратную к функции

$$y = 2(x+6)^{-1},$$

указать её область определения и множество значений.

5. Решить неравенство  $\sqrt{x-3} < x-5$ .

### Характеристика контрольной работы:

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Область определения показательной функции
2	базовый	Построение графика показательной функции, свойства функции
3	базовый	Иррациональные уравнения
4	базовый	Обратная функция
5	повышенный	Иррациональные неравенства

### Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

**Вариант I**

1. Решить уравнение:

1)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$ ;      2)  $4^x + 2^x - 20 = 0$ .

2. Решить неравенство  $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$ .

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25. \end{cases}$

---

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt{5})^{x-6} < \frac{1}{5}$ ;      2)  $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$ .

5. Решить уравнение  $7^{x+1} + 3 \cdot 7^x = 2^{x+5} + 3 \cdot 2^x$ .

**Вариант II**

1. Решить уравнение:

1)  $0,1^{2x-3} = 10$ ;      2)  $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$ .

2. Решить неравенство  $\left(1\frac{1}{5}\right)^x < \frac{5}{6}$ .

3. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36. \end{cases}$

---

---

4. Решить неравенство:

1)  $(\sqrt[3]{3})^{x+6} > \frac{1}{9}$ ;      2)  $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$ .

5. Решить уравнение  $3^{x+3} + 3^x = 5 \cdot 2^{x+4} - 17 \cdot 2^x$ .

**Характеристика контрольной работы**

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Показательное уравнение, квадратное уравнение
2	базовый	Показательное неравенство
3	базовый	Система уравнений, показательное уравнение, метод подстановки
4	повышенный	Показательное неравенство
5	повышенный	Показательное уравнение, метод замены переменной

**Критерии оценивания:**

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

### Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\log_{\frac{1}{2}} 16$ ;      2)  $5^{1+\log_5 3}$ ;      3)  $\log_3 135 - \log_3 20 + 2\log_3 6$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики

функций  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  и  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$  и  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$ .

4. Решить уравнение  $\log_5 (2x - 1) = 2$ .

5. Решить неравенство  $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$ .

6. Решить уравнение  $\log_2 (x - 2) + \log_2 x = 3$ .

7. Решить уравнение  $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$ .

8. Решить неравенство  $\log_3^2 x - 2\log_3 x \leq 3$ .

### Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;      2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\log_{\frac{1}{3}} 7}$ ;      3)  $\log_2 56 + 2\log_2 12 - \log_2 63$ .

2. В одной системе координат схематически построить графики функций  $y = \log_4 x$  и  $y = 4^x$ .

3. Сравнить числа  $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$  и  $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$ .

4. Решить уравнение  $\log_4 (2x + 3) = 3$ .

5. Решить неравенство  $\log_5 (x - 3) < 2$ .

6. Решить уравнение  $\log_3 (x - 8) + \log_3 x = 2$ .

7. Решить уравнение  $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$ .

8. Решить неравенство  $\log_2^2 x - 3\log_2 x \leq 4$ .

### Характеристика контрольной работы:

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	свойства логарифма
2	базовый	График логарифмической и показательной функции
3	базовый	Сравнение логарифмических выражений
4	базовый	Логарифмическое уравнение
5	базовый	Логарифмическое неравенство
6	повышенный	Логарифмическое уравнение, свойства логарифма
7	повышенный	Логарифмическое уравнение, свойства логарифма
8	повышенный	Логарифмическое неравенства, свойства логарифма

### Критерии оценивания:

«5» - 7-8 заданий выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно 5-6 заданий;

«3» - выполнены правильно 3-4 задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

Контрольная работа № 5 по теме  
«Тригонометрические формулы»



### Вариант I

1. Вычислить:

1)  $\cos 765^\circ$ ;      2)  $\sin \frac{19\pi}{6}$ .

2. Вычислить  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$  и  $-6\pi < \alpha < -5\pi$ .

3. Упростить выражение:

1)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ ;      2)  $\frac{\cos(\pi - \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{1 + 2\cos(-\alpha)\sin(-\alpha)}$ .

4. Решить уравнение:

1)  $2\cos \frac{x}{2} = 1 + \cos x$ ;

2)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)\cos 2x - 1 = \sin 3x \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ .

5. Доказать тождество  $\cos 4\alpha + 1 = \frac{1}{2} \sin 4\alpha (\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha)$ .

### Вариант II

1. Вычислить:

1)  $\sin 765^\circ$ ;      2)  $\cos \frac{19\pi}{6}$ .

2. Вычислить  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = 0,3$  и  $-\frac{7\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$ .

3. Упростить выражение:

1)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ ;      2)  $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)}{2\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\cos(-\alpha) + 1}$ .

4. Решить уравнение:

1)  $2\sin \frac{x}{2} = 1 - \cos x$ ;

2)  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\cos 3x - \cos(\pi - x)\sin 3x = -1$ .

5. Доказать тождество  $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)(1 - \cos 4\alpha) = 4 \sin 2\alpha$ .

### Характеристика контрольной работы:

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Значение синуса, косинуса угла, выраженного в градусной, радианной мере
2	базовый	Значение синуса, косинуса угла, основное тригонометрическое тождество
3	базовый	Формулы синуса, косинуса суммы и разности углов, формулы приведения
4	повышенный	Тригонометрические уравнения, формулы приведения
5	повышенный	Преобразование тригонометрических выражений

### Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

### Вариант I

1. Решить уравнение:

1)  $\sqrt{2} \cos x - 1 = 0$ ;      2)  $3 \operatorname{tg} 2x + \sqrt{3} = 0$ .

2. Найти решение уравнения  $\sin \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$  на отрезке  $[0; 3\pi]$ .

3. Решить уравнение:

1)  $3 \cos x - \cos^2 x = 0$ ;

2)  $6 \sin^2 x - \sin x = 1$ ;      3)  $4 \sin x + 5 \cos x = 4$ ;

4)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \cos^2 2x + \frac{1}{4}$ .

### Вариант II

1. Решить уравнение:

1)  $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$ ;      2)  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} - \sqrt{3} = 0$ .

2. Найти решение уравнения  $\cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$  на отрезке  $[0; 4\pi]$ .

3. Решить уравнение:

1)  $\sin^2 x - \sin x = 0$ ;

2)  $10 \cos^2 x + 3 \cos x = 1$ ;      3)  $5 \sin x + \cos x = 5$ ;

4)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x - \frac{1}{2}$ .

### Характеристика контрольной работы:

Номер задания	Уровень сложности	Проверяемые знания, умения, навыки
1	базовый	Тригонометрические уравнения
2	базовый	Тригонометрические уравнения
3	базовый	Тригонометрические уравнения, квадратное уравнение
4	базовый	Тригонометрические уравнения, квадратные уравнения
5	повышенный	Тригонометрические уравнения, формулы понижения степени

### Критерии оценивания:

«5» - все задания выполнены верно, допускается одна описка, не повлиявшая на конечный результат;

«4» - выполнены правильно четыре задания базового уровня;

«3» - выполнены правильно три задания базового уровня;

«2» - выполнены правильно менее трёх заданий

(базовый и профильный уровень)